

Практическое задание к билету 1

Создайте сигнал, имеющий вид амплитудно модулированной волны с несущей, имеющей вид синусоиды с частотой 1 кГц, и полезным сигналом — пилообразной функции с частотой 15 Гц на интервале $t \in [0, 1]$ с (сгенерировать «пилу» можно при помощи команды `sawtooth`). Шаг по времени установите равным 10^{-5} с.

На основе данного сигнала создайте копию, сдвинутую на 410 мкс вправо.

Добавьте к копии сигнала белый гауссов шум с $\text{SNR} = -10$ дБ.

На основании исследования корреляционной функции этих двух сигналов получите величину сдвига второго сигнала относительно первого (для получения корреляционной функции используйте команду `xcorr`).

Отобразите на одном графике один период обоих сигналов.

В системе `LaTeX` сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. формулу, по которой вы получили основной сигнал;
2. команду, при помощи которой к сигналу был добавлен шум;
3. график, содержащий по одному периоду обоих сигналов;
4. график с участком около максимума корреляционной функции, позволяющий определить сдвиг сигналов.

Практическое задание к билету 2

Получите синусоидальный сигнал с частотой 10 Гц на интервале $t \in [0, 10]$ с с частотой дискретизации 100 Гц.

Добавьте к сигналу мультипликативный белый гауссов шум с математическим ожиданием, равным единице, и $\text{SNR} = 0$ дБ.

Найдите следующие характеристики полученного сигнала: математическое ожидание, медиану, среднеквадратическое отклонение.

Разработайте алгоритм нахождения моды данного сигнала. Найдите эту величину.

В системе `LaTeX` сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. последовательность команд, при помощи которых вы получили зашумленный сигнал;
2. график с изображением оригинального сигнала и его зашумленного варианта;
3. значения математического ожидания, медианы, моды и среднеквадратического отклонения для данного сигнала.

Практическое задание к билету 3

Создайте синусоидальный сигнал с частотой 10 Гц на интервале $t \in [0, 1]$ с частотой дискретизации 10 кГц.

Из данного сигнала создайте следующие массивы зашумленных копий сигнала (обратите внимание, что добавлять шум необходимо к каждой копии по-отдельности):

1. 10 копий с $\text{SNR} = 0\text{дБ}$;
2. 100 копий с $\text{SNR} = -1\text{дБ}$;
3. 1000 копий с $\text{SNR} = -10\text{дБ}$.

Для повышения функциональности напишите функцию, имеющую в качестве входных аргументов величину SNR и количество копий, а в качестве выходных — искомый массив (для создания массива используйте цикл).

Из всех массивов восстановите исходный сигнал при помощи медианного усреднения и среднего арифметического.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. команду, при помощи которой вы сгенерировали первоначальный сигнал;
2. листинг функции, позволяющей создавать массив зашумленных копий сигнала;
3. графики сигналов, восстановленных во всех трех случаях (на одном графике отобразите оба варианта сигнала, полученных при помощи арифметического и медианного усреднения).

Практическое задание к билету 4

На интервале $x \in [0, 10]$ с шагом 0.1 задайте линейную функцию вида $y = 3.15x + 2.76$.

Создайте копию данной функции, зашумленную на 10 дБ.

По зашумленной копии восстановите значения коэффициентов линейной зависимости при помощи функции `polyfit`, а также при помощи операции матричного деления.

Определите среднеквадратическое отклонение данных от линии аппроксимации.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. листинг команд, которыми вы пользовались для определения коэффициентов линейной зависимости обоими методами;
2. значения найденных коэффициентов;
3. значение среднеквадратического отклонения данных от аппроксимационной линии;
4. график, на котором отобразите точками ряды случайных данных, сплошной линией — аппроксимирующую прямую, штриховой линией — оригинальную функцию.

Практическое задание к билету 5

Постройте функцию $y = 0.13 + 1.17 \exp(-x) - 2.53 \exp(x) - 2.78 \operatorname{tg}(x)$ на интервале $x \in [0, 1]$ с шагом 0.02.

Добавьте к данной функции гауссов белый шум с $\text{SNR} = 1\text{дБ}$.

При помощи метода наименьших квадратов восстановите коэффициенты функциональной зависимости.

Найдите среднеквадратическое отклонение значений аппроксимирующей функции от экспериментальных данных. Сравните это значение со среднеквадратическим отклонением добавленного белого шума.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. команду для зашумления имеющейся функции;
2. найденные значения коэффициентов;
3. значение найденных среднеквадратических отклонений рядов данных от аппроксимирующей функции и белого шума;
4. график, на котором отобразите точками ряды данных, непрерывной линией исходную функцию и пунктиром аппроксимирующую функцию.

Практическое задание к билету 6

Получите частотно-модулированный сигнал с частотой несущей 10 кГц и частотой полезного сигнала 137 Гц на интервале $t \in [0, 0.1]$ с частотой дискретизации 100 кГц.

Добавьте к сигналу гауссов белый шум с $\text{SNR} = -1\text{дБ}$.

Разложив формулу для получения частотной модуляции на составляющие частоты и считая частоту несущей известной со 100% точностью, найдите методом наименьших квадратов частоту полезного сигнала.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. формулу, по которой вы находили частотно-модулированный сигнал;
2. выражение, при помощи которого этот сигнал зашумлялся;
3. найденную частоту полезного сигнала;
4. график, на котором отображены: значения зашумленного сигнала (точки), оригинальный сигнал (штриховая линия) и аппроксимирующий сигнал (непрерывная линия).

Практическое задание к билету 7

Даны три выборки:

Группа	1			2		3		
Значение признака	1	3	6	2	4	1	4	5
Частота признака	7	5	2	2	1	12	7	3

Найдите:

- групповые средние и среднеквадратические отклонения;
- выборочные среднее и среднеквадратическое отклонение.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. таблицу с данными, к которой припишите еще три строки: в первой укажите объем каждой выборки, во второй — групповые средние, в третьей — групповые среднеквадратические отклонения;
2. выборочные среднее и среднеквадратическое отклонение.

Практическое задание к билету 8

Задайте массив-строку из 25 чисел 1.37. Добавьте к нему гауссов белый шум с $\text{SNR} = -1\text{дБ}$.

Воспользовавшись критерием «трех сигм», определите в полученном векторе данных промахи. Исключите их из вектора. Проводите исключение промахов до тех пор, пока все данные не будут лежать в интервале $\text{med}(x) \pm 3\sigma_x$, где med – медиана данных.

Найдите среднее арифметическое данного вектора. При помощи критерия Стьюдента (функция $[\text{h}, \text{p}, \text{ci}] = \text{ttest}(\mathbf{x}, \mathbf{X})$) определите доверительный интервал и доверительную вероятность для математического ожидания.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. набор операций, который вы применяли для получения искомого вариативного ряда;
2. найденные значения доверительного интервала и доверительной вероятности;
3. результат «измерения» в виде $x = \bar{x} \pm \delta_x$.

Практическое задание к билету 9

Задайте вектор из 29 чисел 2.17. Из него, посредством добавления гауссова белого шума с $\text{SNR} = -1\text{дБ}$, сформируйте два вектора данных.

Проверьте нулевую гипотезу о равенстве математических ожиданий обеих выборок при помощи критерия Стьюдента (функция $[h, p, ci] = \text{ttest2}(x1, x2)$).

Если на 95%м уровне гипотеза будет отклонена, определите математические ожидания для этих векторов, а также математическое ожидание для вектора, составленного из данных обоих векторов.

Для каждого из векторов определите величины доверительных интервалов, определите на основании найденных значений величину доверительного интервала для составного вектора. Найдите медианы всех трех векторов.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором укажите:

1. найденные значения h , p и ci с расшифровкой их смысла;
2. найденные математические ожидания и медианы;
3. объясните, почему различаются значения этих математических ожиданий между собой и центром доверительного интервала?

Практическое задание к билету 10

Промоделируйте эксперимент измерения напряжения на разряжающемся конденсаторе емкостью $C = 100\text{мкФ}$, начальное напряжение на обкладках которого составляло 20 В, на резисторе с сопротивлением $R = 10\text{кОм}$:

- найдите 15 значений напряжения в равноотстоящие промежутки времени, начиная с 0 с шагом 1 с (напряжение изменяется по формуле $U = U_0 \exp(-t/[RC])$);
- добавьте к полученному вектору значений напряжения гауссов белый шум с $\text{SNR} = 2\text{дБ}$;
- округлите полученные значения, оставив лишь две значащие цифры;
- аппроксимируйте полученный вариативный ряд и найдите «экспериментальное» значение емкости конденсатора.

В системе \LaTeX сделайте отчет в форме научной статьи, в котором опишите ход «эксперимента» и укажите таблицу с «экспериментальными» значениями напряжения на обкладках конденсатора.

Практическое задание к билету 11

Определите давление в цилиндре с газом, исходя из закона Менделеева–Клапейрона: $pV = mRT/\mu$, если известно, что масса газа $m = 2.5$ грамма, $\mu = 29$ г/моль, $R = 8.31$, а объем и температуру газа измеряли в течение минуты, получив следующие значения:

Величина	Значение									
V , л	2.27	2.27	2.26	2.25	2.26	2.27	2.29	2.28	2.25	2.28
T , К	399.4	399.1	399.3	396.8	399.5	400.2	400.6	403.0	399.2	401.3

Считайте, что за это время давление газа не успело сколь-нибудь значительно измениться. Определите погрешности измерения величин V и T . Считая, что остальные величины являются постоянными, определите косвенную погрешность измерения p .

Оформите отчет в \LaTeX . В отчете укажите: данные к задаче, найденное давление и его погрешность.

Практическое задание к билету 12

Найдите решение системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 12x_4 + 11x_5 = 0; \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 3x_5 = 1; \\ 9x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 2x_4 + 11x_5 = 0; \\ 2x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1; \\ 2x_1 + 3x_2 + 12x_3 + 3x_4 + 12x_5 = 0. \end{array} \right.$$

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходную систему уравнений, значение определителя, метод решения, корни системы.

Практическое задание к билету 13

Найдите решение системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 5; \\ -x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 2; \\ x_1 + 10x_2 + 18x_3 = 12. \end{cases}$$

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходную систему уравнений, значение определителя, метод решения, корни системы.

Практическое задание к билету 14

Найдите корни полинома $p(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x + 5$ и постройте его график.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходное уравнение, корни уравнения, график полиномиальной функции.

Практическое задание к билету 15

Найдите общее аналитическое решение дифференциального уравнения $y'' + ky = 0$ и частное при $y(0) = 0$, $y'(0) = 5$. Постройте график частного решения.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходные данные, общее и частное решения уравнения, график частного решения.

Практическое задание к билету 16

Найдите аналитическое решение уравнения затухающих колебаний $y'' + 3y' - 6y = 0$ при $y(0) = 10$, $y'(0) = 3$. Постройте его график.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходные данные, общее и частное решения уравнения, график частного решения.

Практическое задание к билету 17

Решите систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} f'(t) = 3f(t) + 4g(t), \\ g'(t) = -4f(t) + 3g(t); \end{cases}$$

при $f(0) = 1$, $g(0) = 0$.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходную систему уравнений, метод решения, сами решения.

Практическое задание к билету 18

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2/2 + x_3/3 = 1; \\ x_1/2 + x_2/3 + x_3/4 = 0; \\ x_1/3 + x_2/4 + x_3/5 = 0. \end{cases}$$

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходную систему уравнений, значение определителя, метод решения, корни системы.

Практическое задание к билету 19

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2; \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходную систему уравнений, значение определителя, метод решения, корни системы.

Практическое задание к билету 20

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2; \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходную систему уравнений, значение определителя, метод решения, корни системы.

Практическое задание к билету 21

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0; \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 0; \\ x_1 + 1/3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

Оформите отчет в ЛАТЭХ. В отчет внесите: исходную систему уравнений, значение определителя, метод решения, корни системы.

Практическое задание к билету 22

Решите уравнение $x^7 - 2x^5 + 3x^3 - 4x = 0$. Постройте график полиномиальной функции, соответствующей данному уравнению.

Оформите отчет в ЛАТЭХ. В отчет внесите: исходное уравнение, корни уравнения, график полиномиальной функции.

Практическое задание к билету 23

Найдите аналитическое решение уравнения $\frac{dy}{dx} = -2xy$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$ ($y = \exp(-x^2)$).

Оформите отчет в L^AT_EX. В отчет внесите: исходные данные, общее и частное решения уравнения, график частного решения.

Практическое задание к билету 24

Найдите аналитическое решение уравнения

$$(x - 2\sqrt{xy}) \frac{dy}{dx} - y = 0, \quad (x > 0, y > 0)$$

при $y(0) = 0$.

Оформите отчет в L^AT_EX. В отчет внесите: исходные данные, общее и частное решения уравнения, график частного решения.

Практическое задание к билету 25

Найдите решение уравнения

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 12y = 0$$

с начальными условиями $y(0) = 0$, $y'(0) = -3/2$.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: исходные данные, общее и частное решения уравнения, график частного решения.

Практическое задание к билету 26

Получите амплитудно-модулированный сигнал с частотой несущей $\nu_0 = 10$ Гц, частотой сигнала $\nu = 0.1$ Гц на интервале $t \in [0, 99.999]$ с с шагом $\Delta_t = 0.001$ с.

Отобразите спектр этого сигнала.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: уравнение сигнала, график участка исходного сигнала и график его спектра.

Практическое задание к билету 27

Добавьте к синусоидальному сигналу с амплитудой $A_s = 10$ и частотой $\nu_s = 1$ Гц, заданному на интервале $t \in [0, 9.999]$ с с шагом $\Delta t = 0.001$ с, синусоидальный сигнал помехи с частотой $\nu_n = 100$ гц и амплитудой $A_n = 2$.

Методом Фурье-анализа выполните фильтрацию сигнала.

Оформите отчет в ЛАТЭХ. В отчет внесите: график участка полученного сигнала, график его спектра, выбранный метод фильтрации, график сигнала после фильтрации.

Практическое задание к билету 28

Создайте вектор-сигнал, представляющий собой сумму двух синусоид с $\nu_1 = 30$ Гц и $\nu_2 = 150$ Гц на промежутке $t \in [0, 0.25]$ с с периодом дискретизации 0.001 с. Добавьте к нему аддитивного нормального шума:

```
y = y + 2*randn(size(t));
```

Постройте спектр итогового сигнала, определите по спектру частоты исходных сигналов.

Оформите отчет в ЛАТЭХ. В отчет внесите: уравнение исходного сигнала, график с участком исходного сигнала и его зашумленной копии, график спектра сигнала.

Практическое задание к билету 29

Постройте синусоидальный сигнал с частотой 1 Гц на интервале $t \in [0, 10]$ с с шагом $\Delta t = 10^{-2}$ с. Постройте копию этого сигнала, сдвинутую на 0.37 с вправо от оригинала. Добавьте к копии гауссов шум с $SNR = 2$ дБ.

Методом корреляционного анализа определите сдвиг зашумленной копии относительно оригинала.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: график с участком оригинального и зашумленного сдвинутого сигнала, график корреляционной функции сигналов, полученное значение сдвига.

Практическое задание к билету 30

Постройте синусоидальный сигнал с частотой 1 Гц на интервале $t \in [0, 10]$ с с шагом $\Delta t = 10^{-2}$ с. Добавьте к сигналу гауссов белый шум с $SNR = -10$ дБ. Исследуйте зашумленный сигнал при помощи методов вейвлет-анализа: подберите базис, в наилучшей степени восстанавливающий сигнал. Получите вектор восстановленного сигнала.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: график, на котором отобразите участок незашумленного и зашумленного сигналов; напишите, какой тип вейвлетов вы выбрали и до какого уровня проводили анализ; отобразите график с участком восстановленного сигнала.

Практическое задание к билету 31

Откройте какое-нибудь небольшое изображение. Постройте его Фурье–спектр. Отобразите на экране спектр и его логарифмическое преобразование. Сделайте также логарифмическое преобразование изображения.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: оригинальное изображение, его спектр, вид логарифмического преобразования спектра и изображения.

Практическое задание к билету 32

Откройте небольшое изображение. Постройте его гистограмму. Выполните эквализацию гистограммы изображения и ее подгонку под логарифмическую и экспоненциальную функции.

Оформите отчет в \LaTeX . В отчет внесите: изображение, его гистограмму, полученные изображения после эквализации и подгонки гистограммы.

Практическое задание к билету 33

Откройте небольшое изображение. Добавьте к нему шум типа «соль-перец» с вероятностью 0.05. При помощи медианной фильтрации очистите изображение от шума.

Оформите отчет в L^AT_EX. В отчет внесите: исходное изображение, его зашумленную копию, краткое описание методики фильтрации, отфильтрованное изображение.

Практическое задание к билету 34

Создайте изображение шахматной доски с размером ячейки 20×20 пикселей. Смажьте изображение на 11 точек под углом 45° . Добавьте гауссова шума с математическим ожиданием 0 и среднеквадратичным отклонением 0.01. Отфильтруйте изображение при помощи простого винеровского фильтра и винеровского фильтра с учетом автокорреляционных функций. Сравните результаты.

Оформите отчет в L^AT_EX. В отчет внесите: исходное зашумленное изображение, результаты фильтрации.